“ЭСЕПТӨӨ МАТЕМАТИКАСЫ” КУРСУ БОЮНЧА ЛАБОРАТОРИЯЛЫК ЖУМУШТАРДЫ ӨТКӨРҮҮДӨ MAPLE МАТЕМАТИКАЛЫК ПАКЕТИН КОЛДОНУУ

ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MAPLE ПО КУРСУ “ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА“

WHEN CONDUCTING LABORATORY WORK USING THE MATHEMATICAL PACKAGE MAPLE FOR THE COURSE “COMPUTATIONAL MATHEMATICS“

***Төлөбаева Кылымкан Абдрахмановна**, ОшМУ, Программалоо кафедрасынын улук окутуучусу, Кыргызстан,Ош, kylymkan@mail.ru, 996-779-252-076*
*Улук окутуучу **Тажикбаева Санайым Тойгонбаевна**, tsonaym@mail.ru*
*Улук окутуучу **Абдугулова Гульжан Садырбековна**, guljan.abdugulova@rambler.ru*

Математика илим катары практикалык мисалдарды чечүү зарылчылыгы менен байланышып түзүлгөн: жерлерди ченөө, навигациялар ж.б. Ошондуктан, математика дайыма сандык математика болуп, анын максаты сан түрүндө чечим кабыл алуу болуп саналат. Сандык методдор теориясына салым кошкон улуу окумуштуулар – Ньютон, Эйлер, Гаусс, Чебышев ж.б. өз эмгектеринде жаратылыш кубулуштарынын математикалык моделин түзүшкөн. Көпчүлүк маселелердин математикалык моделдери татаал болгондуктан, аларды изилдөөдө жана анализдөөдө жаңы, сандык же асимптотикалык методдор менен чечүү талап кылынган. Замандын талабына ылайык ЭЭМдин пайда болушу жана алардын үзгүлтүксүз алдыга карай өсүшү эсептөө математика курсунда жаңы компьютердик каражаттарды колдонуу менен тыгыз байланышат. Ошондуктан, статьяда “Эсептөө математикасы” курсунун “Сандык интегралдоо” бөлүмүнүн мисалдары Maple15 математикалык пакетин колдонуу менен көрсөтүлдү.

Математика как наука возникла в связи с необходимостью решения практических задач: измерений на местности, навигации и т. д. Вследствие этого математика всегда была численной математикой, ее целью являлось получение решения в виде числа. Крупнейшие ученые: Ньютон, Эйлер, Гаусс, Чебышёв и т.д. в своих трудах построили математические модели явления природы. Исследование и анализ усложненных моделей требовал создания новых, как правило, численных или асимптотических методов решения задач. Согласно требованиям современности появление ЭВМ и их бурное развитие во всех областях науки, так и в курсе вычислительной математики тесно связано с применением новых компьютерных средств. Поэтому, в статье представлены задачи из части “Численное интегрирование” курса “Вычислительная математика” с использованием математического пакета Maple15.

Mathematics as a science arose in connection with the need to solve practical problems: measurements on the ground, navigation, etc. Because of this, mathematics has always been numerical math, its goal was to obtain a solution in the form of a number. The greatest scientists are Newton, Euler, Gauss, Chebyshev, etc. in his writings built mathematical models of the phenomenon of nature. Research and analysis of sophisticated models required the creation of new, usually, numerical or asymptotic methods for solving problems. According to the requirements of modernity, the emergence of ECM and their rapid development in all areas of science, so in the course of computational mathematics is closely connected with the use of new computer tools. Therefore, the article presents the tasks from the part “Numerical integration” of the course “Computational Mathematics” using a mathematical package Maple15.

Ачкыч сөздөр: Эсептөө математикасы, сандык интегралдоо, аппроксимация, интерполяция, Maple математикалык пакети.

Ключевые слова: Вычислительная математика, численное интегрирование, аппроксимация, интерполяция, математический пакет Maple.

Keywords: Computational Mathematics, Numerical Integration, Approximation, Interpolation, Maple Mathematical Package.

ЭЭМдин пайда болушу жана алардын үзгүлтүксүз алдыга карай өсүшү илимдин жана анын ичинде математиканын өзгөчө өзгөрүшүнө алып келүүдө. Азыркы учурда илимий изилдөө технологиялары өзгөрүлдү, теориялык окуп үйрөнүүнүн мүмкүнчүлүктөрү, татаал процесстерди алдын ала айтуу, инженердик конструкцияларды проектирлөө эбегейсиз өстү. ЭЭМ үчүн арналган математикалык моделдештирүү жана жаңы сандык методдорду колдонуу менен чоң көлөмдөгү илимий-техникалык көйгөйлөрдү чечүү мүмкүнчүлүктөрү туулду. Мындай илимий-техникалык көйгөйлөрдүн мисалдары катары, ядролук энергияны, химиялык реакцияларды тереңирээк изилдеп чыгуу жана космосту өздөштүрүү болуп эсептелинет.

Демек, азыркы учурда татаал процесстерди изилдөөдө теориялык жаңы методдор б.а. математикалык – эсептелинүүчү эксперименттерди берүүчү методдор иштелип чыкты десек жаңылышпайбыз. Мунун баары табигый-илимий изилдөө көйгөйлөрүн сандык эсептөө математикасынын каражаттарын колдонулушуна алып келет. Эсептөө алгоритмдерин иштеп чыгуу жана изилдөө, аларды конкреттүү мисалдарды чечүүдө колдонуу заманбап математиканын – эсептөө математикасынын эң чоң бөлүмүнүн мазмунун түзөт.

Эсептөө математикасы – математиканын эсептөө жүргүзүү жана компьютерлерди колдонуу менен байланышкан маселелерди камтыган бөлүмү, б. а. типтүү математикалык маселелерди чыгаруунун сандык методдор теориясы. Эсептөө математикасы илимий жана инженердик эсептөөлөр жүргүзүүдө колдонмо математика катары пайдаланылат. Анын негизинде акыркы жылдарда табигый илимдерде жаңы тармактар пайда болууда, мисалы, эсептөө химиясы, эсептөө биологиясы, ж. б. [10]

Бүгүнкү күндүн колдонуучулары эсептөө техникаларынын жардамы менен маселени чечүүдө, чыныгы сандардын дискреттүү проекциясы катары каралган машиналык сандар менен амалдарды жүргүзүүсү, заманбап эсептөө математикасынын өзгөчөлүктөрүнүн бири болуп саналат. Ошондуктан, алгоритмдердин тактыгын баалоо жана компьютерде машиналык сандардын туруктуулугун көрсөтүү эсептөө математикасында негизги ролду ойнойт. Мындан сырткары, коюлган маселенин чечимин жакындаштырып табуу максатында маалыматты кайрадан иштеп чыгуунун алгоритмдик схемасы да каралган.

Эсептөө математикасы аймагындагы өнүгүү компьютердик ресурстардын жаңы мүмкүнчүлүктөрү менен шартталат. Бирок, азыркы заманбап эсептөө техникаларынын жогорку деңгээлдеги өндүрүмдүүлүгү да, маселелердин кээ бир аныкталган класстары үчүн (экономикалык жана эффективдүү эсептөөлөр) чечимдерди табуу маселелери эсептөө методдорунун көйгөйлөрүн алып сала албайт. Эсептөө методдорунун оптималдаштыруу көйгөйү (модификациялоо, модернизациялоо) баштагыдай эле өзүнүн актуалдуулугун сактап келет жана сандык анализдин мындан аркы өнүгүү перспективаларын аныктайт.

Эсептөө математикасы боюнча жазылган окуу колдонмолордун дээрлик бардыгында материалдын негизги көлөмүн алгоритмдер жана эсептөө схемалары эмес, эсептөөдө колдонулуучу методдордун шарттуу негизи, чечимдин баалоосун алуу, методдун жыйналуучулугу жана туруктуулугу берилет. Бул эсептөө математикасынын компьютерлер жана информатика пайда болгонго чейин эле иштелип чыккандыгы менен түшүндүрүлөт. Бирок, маселенин чечимин компьютердик технологияларды колдонуу менен алууда алгач чечимдерди табуу методдорун тандоо, аларды алгоритмдештирүү жана программалаштыруу коюлат.

Ошондуктан, “Эсептөө математика” курсу бир жагынан эсептөө методдорунун математикалык теориясын аныктаса, экинчиден жараяндарды жана кубулуштарды изилдөөдөгү компьютердик маалыматтык ыкмаларды топтойт. Эсептөө математикасында төмөнкү үч багыт белгиленет: математикалык моделдерди анализдөө; стандарттуу математикалык маселелерди чыгаруу методдорун жана алгоритмдерди иштеп чыгуу; программалоону автоматташтыруу.

Математикалык моделдердин анализи маселелердин коюлушун үйрөнүүнү, моделди тандоону, киргизилүүчү маалымат анализин жана анын иштелип чыгышын, моделди изилдөөдөгү математикалык маселелерди сандык чыгарууну, эсептөө натыйжаларын анализдөө жана алынган натыйжаларды керектөөдөн келип чыккан маселелерди камтыйт. Математикалык маселелердин көп кезигүүчү типтүү мисалдары алгебра маселелери, мында сызыктуу алгебралык теңдемелер системаларын чыгаруунун сандык методдору, матрицага тескери матрицаны табуу, матрицанын өздүк маанилерин табуу зор мааниге ээ. Башка мисалдар: бир же бир нече өзгөрмөлүү функцияларды диференциалдоонун жана интегралдоонун сандык методдору; кадимки дифференциалдык, айрым туундулуу интегралдык теңдемелерди чыгаруунун сандык методдору да кирет.

Программалоо теориясынын негизги милдети – адам менен компьютердин (электрондук эсептөөчү машинанын) ортосундагы мамилени жеңилдетүү. Эсептөө машиналарынын улам жаңы муундарынын пайда болушу программалоонун өнүгүшүн улам жаңы этаптарга алып келүүдө. Эсептөөчү системаларды, алардын ичинде маалымат системаларын жана башкаруунун автоматташтырылган системаларын өнүктүрүү маселеси эң актуалдуу илимий көйгөйлөрдүн бири.

Студенттерге сандык методдор боюнча билим берүүдө сабактардын негизги формалары болуп лекциялар жана лабораториялык жумуштар эсептелинет. Лабораториялык жумуш – ар түрдүү маалыматтык технологияларды колдонуучу окутуунун активдүү формасы. Лабораториялык жумуш студенттердин таанып-билүү активдүүлүгүн жогорулатат, практикалык билгичтик жана көндүмдөргө ээ болууга көмөктөшөт. Практика көрсөтүп тургандай жогорку окуу жайлардын студенттерине сандык методдорду окутуп үйрөтүү классикалык деп аталуучу, ар түрдүү типтеги анык сандагы маселелерди түрдүү сандык методдорду жана каражаттарды колдонуп өтүү замандын талабы. Лабораториялык жумуштарды аткарууда заманбап алгоритмикалык тилдердин сандык методдорун программалаштыруу колдонулат. Мындай ыкмалар, биринчиден традициялык болуп эсептелинет, экинчиден сандык методдорду окуп уйрөнүүдө студенттердин активдүүлүгүн жогорулатат. Көптөгөн жылдардан бери эсептөө математикасынын типтик маселелерин чечүүгө арналуучу түрдүү алгоритмикалык тилдерде жазылган илимий камтылуучу программалар жыйналган.

Окуу жараянында классикалык ыкма менен биргеликте сандык методдор боюнча лабораториялык жумуштарды өткөрүү үчүн түрдүү компьютердик математикалык пакеттер (Maple, Mathematica, MathLab, MathCAD ж.б.) колдонулат. Бул пакеттер колдонуучулардын заманбап интерфейсин, математикалык маселелердин аналитикалык, сандык методдорун, эсептөө жыйынтыктарын визуалдаштыруу каражаттарын интегрирлөөчү ар түрдүү аймактагы илимдин, техниканын жана билим берүүнүн математикалык маселелерин чечүү үчүн арналган. Математикалык пакеттердин мүмкүнчүлүктөрүн колдонуу студенттердин сандык методдорду ишке ашыруучу өздүк программаларын түзүүгө жолтоо болбойт. Анткени, көпчүлүк пакеттер өзүнө алгоритмдик тилдерди камтыйт. Ошондуктан, студенттер бир файлдын ичинде эле коюлган маселени кеминде үч жол менен чече алат: маселени тиешелеш каражаттар менен иштөө, каталыктын баалоосун жүргүзүү жана методдордун пайдалуулугу жөнүндөгү жыйынтык чыгаруу. [10]

Математикалык пакеттерди колдонуунун пайдалуу жагынын дагы бир далили катары – алгоритмикалык тилдерди жогорку деңгээлде өздөштүрүүнүн зарылчылыгы жокко эсе. Анткени студенттердин алгоритмикалык тилди өздөштүрүү маданияты узак жараянды талап кылат, ал эми “Эсептөө математика” дисциплинасы 1-2-курстарда окутулат. Ошондуктан, алгоритмикалык тилдерди колдонууда лабораториялык жумушту аткаруу убактысынын маанилүү бир бөлүгү программа түзүүгө жумшалып, параметрлерди изилдөөгө, анализдөөгө жана жыйынтык алууга мүмкүнчүлүк жетишпей калышы мүмкүн. Сандык методдорду окуп үйрөнүүдө математикалык пакеттер эсептөө чөйрөсүнүн талаптарына түрдүү деңгээлде жооп бере алат. Берилген дисциплина боюнча лабораториялык жумуштарды аткаруу үчүн эсептөө чөйрөсүнүн аспаптарына төмөнкүдөй талаптар коюу аныкталган: адаттагы стандарттык математикалык белгилөөлөр, визуалдык программалоо чөйрөсү, символдук эсептөө мүмкүнчүлүгү, пакеттин түшүнүктүү интерфейси жана жөнөкөйлүгүнүн болушу.

Ошентсе да, компьютердик каражаттардын жардамында эсептөө алгоритмдеринин программдык ишке ашырылышы, студенттердин математикалык маселелердин жакындаштырылган чечимдерин табуу теориясынын жана методологиясынын фундаменталдык негиздерин тереңирээк өздөштүрүүгө мүмкүнчүлүк түзөөрүн белгилей кетүү керек. Лабораториялык жумуштун сандык методдорду окутуп-үйрөтүү жараянында ар түрдүү маалыматтык технологияларды колдонуу максатка ылайыктуу. Сандык методдор курсун окуп-үйрөнүүнүн жыйынтыгында, студенттер бул дисциплина боюнча фундаменталдык математикалык билимдерди гана албастан, алар өздөрүнүн жаңы компьютердик технологиялардын эсептөө математикасына карата колдонулуучу негизги көндүмдөрүн жогорулатуусу зарыл. Ошондуктан, "Эсептөө математика" курсун эки этапта, алгач каалагандай математикалык пакеттердин жардамында, андан кийин методдордун маанисин түшүнгөндөн кийин гана аларды программалоого үйрөтүү мүмкүн жана зарыл.

"Эсептөө математикасы" курсуна карата арналган окуу колдонмолорунун мазмуну алгебранын, математикалык анализдин, кадимки дифференциалдык теңдемелердин сандык методдорунун негиздерин камтыйт жана аларды ар түрдүү математикалык пакеттерде, анын ичинде Mapleде да иштеп чыгууга болот. Окуу колдонмолор "Жакындаштырып эсептөө теориясынын жалпы элементтери", "Сызыктуу алгебралык теңдемелерди чечүү методдору", "Сызыктуу эмес теңдемелер жана системаларды чечүү методдору", "Фунциялардын аппроксимация жана интерполяциясы", "Сандык дифференцирлөө", "Сандык интегрирлөө" жана "Кадимки дифференциалдык теңдемелерди чечүүнүн сандык методдору" бөлүмдөрүн өз ичине камтыйт. Лабораториялык жумуштарга берилүүчү тапшырмалар темаларга ылайык келүүчү бир нече, мисалы 20-25 варианттан турган бир типтүү жеке тапшырмалар менен жабдылат. Бир типтүү мисалдар кененирээк чыгарылыштары менен берилет.[1,2]

Окуу жараянында Maple математикалык пакетин колдонуу "Эсептөө математикасы" дисциплинасын жаңыча, тереңирээк жана сапаттуу деңгээлде өтүүгө шарт түзөт. Мисал катары сандык интегралдоо маселесин карап өтөлү.

Сандык интегралдоо (тарыхый аталышы: квадратура) – бул интегралдын чоңдугу абсцисса огу, ал эми интегралдануучу функциянын графиги интегралдоонун предели болгон кесиндилер менен чектелген ийри сызыктуу трапециянын аянтына барабар болгон сандык мааниге негизделген, анык интегралдын маанисин (эреже катары, жакындаштырылган мааниси) эсептөөнү түшүндүрөт. Сандык интегралдоону колдонуунун зарылчылыгы интеграл астындагы функциянын баштапкы функциясын элементардык функциялар менен (баштапкы функциялар таблицасы) көрсөтүүнүн жоктугу менен байланышат. Ошондой эле интеграл астындагы функциянын маанисин Ньютон-Лейбництин формуласы менен аналитикалык түрдө эсептөөгө мүмкүн эместиги менен түшүндүрүлөт. Мындан сырткары, баштапкы функциянын түрү өтө татаал болуп калышы, интегралдын маанисин сандык метод менен тезирээк эсептөөнү берет. Анык интегралды эсептөө методдорунун көпчүлүгүнүн негизги мааниси интеграл астындагы функцияны аппроксимациялануучу функция менен алмаштыруу болуп саналат. Ал үчүн элементардык функциялардын баштапкы функциясын жазуу жеңил болушу мүмкүн.[4]

Аппроксимация же жакындаштыруу – бул математикалык метод. Ал математикалык объектилерди учурдагы маанини ага жакын жөнөкөй маани менен алмаштыруудан турат. Аппроксимация объекттин сандык мүнөздөөчүлөрүн жана саппаттык касиеттерин изилдейт, маселени жөнөкөй же ыңгайлуу объектке келтирет (мисалы, мүнөздөөчүлөрү жеңил эсептелинүүчү же касиеттери белгилүү болсо). Сандар теориясында диофанттык жакындаштыруулар, жекече учурда иррационалдык сандардын жакындаштырылган маанилери рационалдык сандар менен алмаштырылат. Математиканын кээ бир бөлүмдөрү бүтүндөй аппроксимияга арналган, мисалы, функциянын жакындаштыруу теориясы, анализдин сандык методдору. Ошондой эле мындай түрдөгү маселелер үчүн функциянын маанилерин табуучу интерполяциялык методдор изилденет.[2]

Интерполяция – бул чоңдуктун аралык маанилерин белгилүү маанилердин дискреттик жыйындысы боюнча табуу жолу. Илимий жана инженердик эсептөөлөрдө көпчүлүк учурда эксперименттин же кокус тандоо методунун негизинде алынган маанилердин жыйындысынын арасындагы амалдарды аткарышат. Эреже боюнча мындай жыйындылардын негизинде жогорку тактыкта функцияны түзүү талап кылынат. Мындай маселе ийри сызыктын аппроксимациясы деп аталат. Түзүлгөн функциянын ийриси берилген чекиттер аркылуу өтсө, анда аппроксимирлөөнүн мындай түрү *интерполяция* деп аталат.[2]

Maple системасында анык интегралды сандык эсептөө үчүн ***Int*** же ***int*** функциялары менен айкалышкан ***evalf*** функциясы колдонулат:

```
evalf(Int(f, x=a..b, …))
evalf(Int(f, a..b, …))
evalf(Int(f, list-of-equations, …))
evalf(Int(f, list-of-ranges, …))
evalf(int(f, x=a..b))
```

Бул туюнтмалардагы көп чекиттин ордуна түрдүү опциялар колдонулушу мүмкүн. Комбинирленген (аналитикалык сандык метод менен), жогорку тактыктагы Maple-методдору, NAG группасы сунуштаган методдор, Монте-Карло методу [6] ж.б. колдонулушу мүмкүн. Maple математикалык пакетинде каралган бир нече мисалдарга токтолуп өтөлү:

```
>Int(x^2,x=1..2)=evalf(Int(x^2,x=1..2));
>Int(sin(x)/x,x=0..Pi)=evalf(int(sin(x)/x,x=0..Pi));
> Digits:=15;
>Int(sin(x)/x,x=0..Pi)=evalf(int(sin(x)/x, x=0..Pi, method = _NCrule));
>Digits:= 15
> expr= x*exp(-x):
>Int(expr, x=1..infinity) = evalf[40](Int(expr, x=1..infinity, method=_Gquad));
```

Убакытка жана анык интегралды эсептөө мүмкүнчүлүгүнө карата тандалган метод чоң мааниге ээ. Аларды көп жолу айкын көрсөтүүгө туура келет. Төмөнкү мисалдарда интегралдоо убактысын баалоочу мисалдар каралды:

```
> restart; t:=time();
> t:=time():
 evalf(Int((1-exp(-z^2))/(BesselJ(1,z)^2+ BesselY(1,z)^2)/z^3,z=0..infinity,_Sinc));
time()-t;
```

1.979213867 3.876

```
> t:=time():
evalf(Int((1-exp(-z^2))/(BesselJ(1, z)^2+ BesselY(1,z)^2)z^3,z=0..infinity,_Dexp));
time()-t;
```

1.979213867 1.531

Бул учурда Dexp (адаптивдик экилик экспоненциалдык метод) методу [6] менен эсептөө жогорку тактыкка ээ. Башка түрдөгү интегралдар үчүн башка методду колдонуу максатка ылайыктуу. Интегралдоонун келтирилген убакыт маанилери түрдүү ЭЭМдерде ишке ашыруу айырма бериши мүмкүн.

Кээ бир учурларда Maple интегралды эсептей албашы мүмкүн. Анда ал жазылган жолчону кайталап жазып койот. ***Taylor*** жана ***convert*** функцияларынын жардамында интегралдын аналитикалык чечимин орточо даражалуу полином түрүндө алуу мүмкүн. [8] Аны мүнөздөөчү мисалды төмөндөгүдөй келтирилди:

>restart; int(exp(sin(x)),x); $\int e^{\sin(x)}\,dx$ >convert(taylor(%,x=0,8),polynom);

$$x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{40}x^5 - \frac{1}{90}x^6 - \frac{1}{168}x^7 + \frac{1}{720}x^8.$$

Чындыгында, бул учурда чечим жакындаштырылып алынды, бирок аны менен иштөөгө болот, мисалы, берилген интегралды көрсөтүүчү функциянын графигин чийүүгө мүмкүн. Мындан сырткары, ***Maple*** пакетинде математиканы үйрөнүүгө арналган **student** пакети бар. Ал кадам сайын иш аракеттин удаалаштыгы түшүнүктүү болуп, жыйынтык алып келүүчү, эсептерди аткарууга арналган камтылуучу программаларга ээ. Мындай командаларга интегралды бөлүктөп интегралдоочу **inparts** командасы жана өзгөрмөлөрдү алмаштыруучу **changevar** командалары бар.

Бөлүктөп интегралдоо формуласы төмөнкүчө:

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

Эгерде интеграл астындагы функцияны $f=u(x)v'(x)$ функциясы аркылуу жазып алсак, анда бөлүктөп интегралдоонун командаларынын параметри **intparts(Int(f, x), u)** түрүндө берилет, мында **u** – **u(x)** функциясынын дал өзү.

Эгерде интегралда өзгөрмөлөрдү алмаштыруу методун колдонууга туура келсе, б.а. $x=g(t)$ же $t=h(x)$, анда орун алмаштыруунун командасынын параметрлери **changevar(h(x)=t, Int(f, x), t),** командасы аркылуу эсептелинет, мында **t** – жаңы өзгөрүлмө.

Бул **intparts** жана **changevar** командаларынын экөө тең интегралды аягына чейин эсептебейт, бирок аралык эсептөөлөрдү аткарат. Акыркы жыйынтыкты алуу үчүн бул командаларды аткаргандан кийин, **value(%)** командасын кийирүү зарыл, мында **%** - мурдакы жолчону белгилейт.

Эскертүү: жогоруда берилген командаларды колдонууда сөзсүз **student** пакетин **with(student)** командасы менен жүктөп алуу зарыл**.** [8,9]

Maple математикалык пакети үзгүлтүксүз жакшыртылууда. Мисалы, Maple V R4 версиясында интеграл астындагы функция exp(x^4) болгон интеграл эсептелинчү эмес, ал эми Maple 7 версиясынан баштап мындай функциялар жеңил иштелип калды. Жогоруда келтирилген мисалдар Pentium 4 HT, 6 ГГц жыштыгы менен берилген компьютерде иштелди.

Колдонулган адабияттар:

1. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. 3-е изд., перераб. и доп. -М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.- 632 с.*
2. *Бахвалов Н. С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс]: учебное пособие под ред. В. А. Садовничего. — 4-е изд.(эл.). — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 243 с.). —М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.*
3. *Калиткин Н.Н. Численные методы. [Электронный ресурс] / Н.Н. Калиткин. - М.: Питер, 2001.-504 с.*
4. *Лобанов А.И., Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий - ИНТУИТ.ру, 2006. -528с.*
5. *Данилин Г.А. и др. Лабораторный практикум. Часть 2 - Лабораторный практикум для студентов всех специальностей - М.: МГУЛ С. 2003. -152 с.*
6. *Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel, - СПб, БХВ-Петербург, 2003. - 464с.*
7. *Аладьев В.З., Бойко В.К., Ровба Е.А. "Программирование в пакетах Maple и Mathematica: Сравнительный аспект" / Монография / Гродно: Гродненский Госуниверситет, 2011. -517 с.*
8. *Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.*
9. *Касюк С.Т., Логвинова А.А. «Высшая математика на компьютере в программе Maple 14». 2011, 57 с.*
10. *Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.*
11. *Шевченко А.С.“Молодой ученый” №9(89), май, 2015.с.1222-1224. E-mail: info@moluch.ru; http://www.moluch.ru/.*