**DOI:10.33942/sit1261** **УДК MSC 18C05**

# МОРФИЗМЫ В КАТЕГОРИИ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ В КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

**Аскар кызы Лира[1], Сыргабекова Айзада Сыргабековна[2], Тимурова Сырга Тимуровна[3], Исаева Сезим Муратбековна[4]**
КНУ им. Ж. Баласагына, институт математики и информатики, г. Бишкек, Кыргызстан
*Lira130780@mail.ru*, *syrgabekovaaizada9@gmail.com*,
*timurkyzysyrga@gmail.com*, sezimisaeva1002@gmail.com

***Анотация:*** *Ранее вторым автором было введено понятие категории уравнений с помощью понятия "предикат" на основе принципа сохранения решения при преобразованиях; построены элементы категории уравнений и ее подкатегорий на основе известных категорий.*

*Как уточнение второго закона термодинамики для изолированных систем, первый автор ввел новые определения, предложил общие гипотезы и получил оценки снизу для возрастания энтропии при передвижении материальной точки без трения и с трением на определенное расстояние в зависимости от времени в перманентно неустойчивых системах. В данной статье эти определения объединены.*

***Ключевые слова:*** *категория, морфизм, энтропия, управление, дифференциальное уравнение, перманентно неустойчивая система, движение.*

## КОМПЬЮТЕРДИК МАТЕМАТИКАДАГЫ БАШКАРЫЛУУЧУ ПРОЦЕССТЕРДИН КАТЕРГОРИЯЛАРЫНДАГЫ МОРФИЗМДЕР

**Аскар кызы Лира[1], Сыргабекова Айзада Сыргабековна[2], Тимурова Сырга Тимуровна[3], Исаева Сезим Муратбековна[4]**
*Ж. Баласагын атындагы КУУ, математика жана информатика институту, Бишкек ш., Кыргызстан*
*Lira130780@mail.ru*, *syrgabekovaaizada9@gmail.com*,
*timurkyzysyrga@gmail.com*, sezimisaeva1002@gmail.com

***Анотация:*** *Мурда экинчи автор, өзгөртүүлөрдө чыгарылышты сактоо принцибинин негизинде "предикат" түшүнүгүнүн жардамы менен теңдемелердин категориясынын түшүнүгүн киргизген; теңдемелердин категориясынын жана анын категориячаларынын элементтери белгилүү категориялардын негизинде курулган. Четтетилген системада термодинамиканын экинчи законун тактоо катары, биринчи автор жаңы аныктамаларды киргизген, жалпы гипотезаларды сунуштап, таасир этилүүчү системада материалдык чекитти сүрүлүүсүз жана сүрүлүүнүн негизинде кандайдыр бир аралыкка жылдырууда убакыттан көз каранды болгон энтропиянын өсүүсүнүн төмөнкү баасын алган. Бул макалада бул аныктамалар айкалыштырылган.*

***Урунттуу сөздөр:*** *категория, морфизм, энтропия, башкаруу, дифференциалдык теңдеме, таасир этилүүчү система, кыймылдоо.*

# MORPHISMS IN THE CATEGORY OF CONTROLLED PROCESSES IN COMPUTER MATHEMATICS

**Askar kyzy Lira, Syrgabekova Aizada Syrgabekovna, Timurova Syrga Timurovna, Isaeva Sezim Muratbekovna**
*J.Balasagyn Kyrgyz National University, institute of мathematics and informatics,*

*Bishkek, Kyrgyzstan*
*Lira130780@mail.ru, syrgabekovaaizada9@gmail.com,*
*timurkyzysyrga@gmail.com, sezimisaeva1002@gmail.com*

*Supra, the notion of category of equations was introduced by the second author with assistance of the notion "predicate" on the base of the principle of preservation of solution while transformations; elements of the category of equations and its subcategories were constructed on the base of well-known categories. As a specification of the second law of thermodynamic for isolated systems, supra the first author introduced new definitions, proposed general hypotheses and derived estimations from below on increasing of entropy on depending on time in permanently unstable (affectable) systems. On this base, the authors proposed the category of controlled processes in computational mathematics. Definition and examples of morphisms in this category are proposed in this paper.*

***Keywords:*** *category, morphism, entropy, control, differential equation, affectable system, motion.*

Начаты исследования в категории топологических пространств в Кыргызстане Понятие категории уравнений было введено [2] с помощью понятия «предикат» на основе принципа сохранения решения при преобразованиях; элементы категории уравнений и ее подкатегорий построены на основе известных категорий.

В качестве улучшения второго закона термодинамики для изолированных систем на основании работ [3], [4], [5] мы выдвигаем общую гипотезу об оценках снизу приращения энтропии при движениях в [6].

Используя новые определения из [7], если низкоэнергетические внешние воздействия могут вызывать достаточно разнообразные реакции и изменения внутреннего состояния системы, то ее называют «почти изолированной», «перманентно неустойчивой», «воздействующей» системой (A -система); такие внешние воздействия называются командами (эти реакции и изменения осуществляются за счет внутренней свободной энергии объекта) получены оценки снизу по приращению энтропии при движении материальной точки как без трения, так и с трением на определенное расстояние в зависимости от времени в таких системах.

Раздел 2 содержит обзор известных категорий, включая категорию процессов оптимизации энергии-энтропии.

Примеры некоторых морфизмов этой категории приведены в разделе 3.

Примечание. Морфизмы обозначаются в литературе как Mor или Hom.

**2. Обзор известных категорий**

2.1) Базовая категория Множество множеств. Ob(Set) — наборы; Mor(Set) — функции.

2.2) Категория Func функций (синонимы в различных разделах математики: отображения, операторы, преобразования). Он упоминается в публикациях, но формального его описания мы не нашли. Ob(Func) = Mor(Set), Mor(Func) — преобразования функций.

2.3) Категория Топ топологических пространств. Ob(Top) — топологические пространства, Mor(Top) — непрерывные функции.

Мы предложили

2.4) Категория уравнений Equa. Ob(Equa) содержит кортежи

{Непустые множества X, Y, предикат P(x) на X, преобразование B : $X \rightarrow Y$}.

Если $(\exists\ x \in X)(P(x) \wedge (y = B(x))$, то говорят, что $y \in Y$ является решением уравнения {X, Y, P, B}. В частности, если B является тождественный оператор I, то мы получаем только уравнение «P(x)».Mor(Equa) — это такие преобразования кортежей {X, Y, P, B}, которые сохраняют решения (или их отсутствие).

Мы также определили некоторые подкатегории Equa:

2.5) Категория Equa-Func уравнений для функций.

2.6) Категория Equa-Par уравнений с параметрами.

2.7) Категория Equa-Func-Par уравнений для функций с параметрами (включая управление).

2.8) Категория Equa-Func-Ent энерго-энтропийно-оптимизирующих управляемых процессов.

Обозначим физическое измерение как тусклый; тусклый (время) = $\tau$; тусклый(длина)=$\lambda$; тусклый(масса)= $\mu$; тусклый (абсолютная температура$\Theta$) =$\vartheta$ . dim(энергия)= $\mu\lambda 2/\tau$ 2.

В рассматриваемых ниже процессах приращение энтропии определяется как $\Delta H = \sum$▒〖 $\Delta Q/\Theta$〗 , где $\Delta Q$ – энергия, необратимо перешедшая в тепло; дим($\Delta H$)= $\mu\lambda 2/\tau 2/\vartheta$.

Второй закон термодинамики для изолированных систем констатирует приращение энтропии $\Delta H > 0$, но не дает количественных оценок. Одна оценка была доказана в [4]: минимальной энергией (приращением энтропии) для обработки одного бита информации является граница Шеннона-фон Неймана-Ландауэра:

$\Delta$Hbit = kB ln 2, где kB — постоянная Больцмана.

Намек на такую оценку в общем случае содержится в [5]: «В любой механической системе энергия, которая должна быть затрачена на работу против трения, равна произведению силы трения на расстояние, которое проходит система. Следовательно, чем быстрее пловец перемещается между двумя точками, тем больше энергии он затрачивает, хотя пройденное расстояние одинаково независимо от того, быстрый пловец или медленный».

Основываясь на понятии экономичной (крейсерской) скорости, принимая во внимание идеи экологических гонок для автомобилей, мы конкретизировали второй закон термодинамики для А-систем. Мы доказали некоторые оценки в математических моделях, описывающих такие конкретные системы [8]-[9]-[10].

Пусть есть (замкнутая) система. Пусть сейчас он находится в любом стационарном состоянии А, а там может перейти в любое другое стационарное состояние В.

Гипотеза [6]. Существует такое время T0 (адиабатическое время системы), зависящее только от начального состояния системы, что ΔH не меньше любого значения для любого перехода из состояния А в состояние В при T<T0. Более существует и такая положительная константа C0, что

$\Delta H \geq C_0 / T^2;\ dim(C_0) = \mu\lambda^2/\vartheta$.

По принципу детерминизма для любой изолированной системы существует только сценарий будущего, то есть не может быть разных возможностей переходов. Следовательно, система должна быть А-системой (с неограниченным объемом внутренней энергии): различные возможные действия, переводящие ее из состояния А в состояние В посредством необратимого преобразования свободной энергии в тепло, управляемые любым внешним импульсом достаточно малой энергии.

Ob(Equa-Func-Ent) — это А-системы с задачей (*): перевести состояние А в состояние В за время Т с минимальным приращением энтропии ΔH.

Mor(Equa-Func-Ent) — преобразования А-систем, сохраняющие минимальное приращение энтропии.

**3. Примеры морфизмов**

Пример 3.1. Пусть В находится над А в поле тяготения с постоянным q,

dim q =λ/τ 2. В точке А имеется груз М массы m, опирающийся на множество сжатых коротких почти идеальных пружин, массивный тормоз с температурой Θ на отрезке АВ и ловец в точке В; (*).

В [11] доказано, что адиабатическое время равно T0 := √(2h/q) и

sup ΔH = mh2/T2 (1– T2/T0 2)2/2/Θ.

Пример 3.2. Пусть А находится над В на высоте h в гравитационном поле и находится на абсолютно упругая плоскость. В точке А находится груз массой m, на отрезке АВ массивный тормоз с абсолютной температурой Θ, а в точке А ловитель. К грузу можно приложить неограниченную силу. Необходимо вернуть груз в точку А путем отталкивания в точке В за время Т.

В [11] доказано, что адиабатическое время равно

T0 := 2√(2h/q) и sup ΔH =2mh2/T2 (1– T2/T0 2)2/Θ.

Теорема 1. Замена (m, h, q) → (m/η2, ηh, ηq), η>0 дает морфизм.

Работа выполнена в рамках проекта Института математики НАН КР.

**Список используемых материалов:**

1. *Борубаев А.А. О категориальных характеристиках компактных полных равномерных пространств и полных по Райкову топологических групп // Известия Академии наук, 2007, вып. 4, с. 1-6.*
2. *Kenenebaeva G.M., Askar kyzy L., Beishebaeva Zh.K., Mamatzhan uulu E. Elements of category of equations. Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR, 2018, No. 1, pp. 88-95.*
3. *Martin N.F.G., England J.W. Mathematical Theory of Entropy. Addison-Wesley Publishing Company, 1981, 257 p.*

4. Landauer R., Bennett C. H. The Fundamental Physical Limits of Computation. Scientific American, July, 1985, pp. 48-56.

5. Landauer R. Irreversibility and heat generation in the computing process. IBM Journal of Research and Development, 1961, vol. 5, pp. 183-191.

6. Панков П.С. Адиабатические показатели закрытых систем. Вестник Кыргызского национального университета имени Ж.Баласагына. Серия 3. Естественные и технические науки. Физика и физическое воспитание, 2003, -с. 146-147.

7. Панков П., Баячорова Б., Жураев М. Кыргыз тилин компьютерде чагылдыруу [Презентация кыргыз тили компьютерде]. Бишкек, Турар, 2010.- 172 б.

8. Pankov P., Akerova Dzh. Minimization in mathematical model of increment entropy in almost closed systems. Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians. Bishkek, Kyrgyz Mathematical Society, 2014, p. 252.

9. Кененбаева Г.М., Акерова Дж.А., Кененбаев Э. Математические модели оценки приращения энтропии. Тезисы материалов II Борубаевских чтений. - Бишкек, Кыргызское математическое общество, 2018, -с. 26.

10. Панков П.С., Акерова Дж.А. Дифференциальные уравнения с управлением в модели приращения энтропии в почти замкнутых системах с трением //Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR, 2018, No. 1, pp. 23-30.

11. Pankov P.S., Kenenbaeva G.M. Category of controlled processes in computational mathematics and almost-isolated systems. Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR, 2022, No. 1, pp. 125-131.

12. Pankov P.S., Akerova Dzh.A. Mathematical models of increment of entropy in affectable systems. Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR, 2020, No. 1, pp. 82-88.