

**МАТЕМАТИКАЛЫК КАТЕГОРИЯЛАРДЫ
ЭФФЕКТТЕР ЖАНА КУБУЛУШТАРДЫН
ЖАРДАМЫ МЕНЕН АНЫКТОО**

¹ Кененбаева Гулай Мекишовна, ²Тагаева Сабина Базарбаевна, ³ Кененбаев Эламан,
⁴Суеркулова Айсулуу Мурадиловна,

¹ЭИТУ Санариптик трансформация жана программалоо институту, проф., ф.-м.и.д.,gkenenbaeva@mail.ru

²КР УИА Математика институту ф.-м.и.к., доц., [tagaeva_72@mail.ru](mailto>tagaeva_72@mail.ru)

³КР УИА Математика институту, elaman0527@gmail.com

⁴Ж. Баласагын атындагы КУУ, математика жана информатика факультети, магистрант, ajsuluusuerkulova12@gmail.com.

Аннотация. Математикадагы эффекттердин жана кубулуштардын алкактык аныктамаларынын негизинде авторлор тиешелүү эффекттен келип чыккан кубулуштары бар объекттерди биректириүү аркылуу категорияларды аныктоону сунуш кылышат. Белгилүү эффекттер жана өзгөртүүлөр жана жаңы категориялар каралат. Кубулуштарды таануу учун алгоритмдер сунушталат.

Ачкыч сөздөр: аныктама, категория, кубулуу, эффект, эксперименти

**ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КАТЕГОРИЙ С ПОМОЩЬЮ
ЭФФЕКТОВ И ЯВЛЕНИЙ**

¹ Кененбаева Гулай Мекишовна, Институт цифровой трансформации и программирования МУИТ, проф., д.ф.-м.н. gkenenbaeva@mail.ru

²Тагаева Сабина Базарбаевна, Институт математики НАН КР к.ф.-м.н., доц., [tagaeva_72@mail.ru](mailto>tagaeva_72@mail.ru)

³ Кененбаев Эламан, Институт математики НАН КР, м.н.с., elaman0527@gmail.com

⁴Суеркулова Айсулуу Мурадиловна, КНУ им. Ж. Баласагына, факультет математики и информатики, магистрант, ajsuluusuerkulova12@gmail.com.

Аннотация. На основе рамочных определений эффектов и явлений в математике авторы предлагают определять категории путем объединения объектов с явлениями, вызванными соответствующим эффектом. Рассмотрены как известные эффекты, так и категории с модификациями и новыми. Предложены алгоритмы распознавания явлений.

Ключевые слова: определение, категория, явление, эффект, вычислительный эксперимент.

**DEFINITIONS OF MATHEMATICAL CATEGORIES USING
EFFECTS AND PHENOMENA**

¹ Kenenbaeva Gulay Mekishovna, Institute of Digital Transformation and Programming IITU, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, gkenenbaeva@mail.ru

²Тагаева Сабина Базарбаевна, Institute of Mathematics of NAS KR Ph.D, assistant professor, [tagaeva_72@mail.ru](mailto>tagaeva_72@mail.ru)

³ Elaman Kenenbaev, Institute of Mathematics of NAS KR, elaman0527@gmail.com

⁴ Suerkulova Aisuluu Muradilovna, J.Balasagyn Kyrgyz State University, Faculty of Mathematics and Informatics, Master's student, ajsuluusuerkulova12@gmail.com.

Аннотация. On the base of framework definitions of effects and phenomena in mathematics, the authors propose to define categories by gathering objects with phenomena caused by corresponding effect. Both well-known effects and categories with modifications and new ones are considered. Algorithms to distinguish phenomena are proposed.

Keywords: definition, category, phenomenon, effect, computational experiment.

1. Введение

Понятие категории и различные категории широко используются в математических исследованиях. А.А.Борубаев [1] инициировал исследования в области категории топологических пространств в Кыргызстане. Мы [2] ввели понятие категории уравнений с помощью понятия “предикат” на основе принципа сохранения решения при преобразованиях; элементы категории уравнений и ее подкатегорий были построены на основе хорошо известных категорий.

Мы предложили рамочные определения эффекта и явления в математике [3]. Мы предложили рассматривать явления как следствия эффектов.

Между тем, нет критерия для введения новых категорий. В статье мы предлагаем определять категории, собирая объекты с явлениями, вызванными соответствующим эффектом.

Раздел 2 содержит краткий обзор математического обоснования, рамочные определения базового комплекса, эффекта и явления в математике, примеры алгоритмов автоматического обнаружения явлений.

В разделе 3 представлены как известные эффекты и феномены в нашей интерпретации, так и те, которые были обнаружены нами и нашими коллегами.

В разделе 4 представлены обе известные категории с изменениями, “скрытые” и некоторые новые.

Некоторые положения этой статьи были представлены на VII Всемирном конгрессе математиков тюркского мира в городе Туркестан в октябре 2023 года.

2. Обзор истории математики

Существует множество обзоров истории математики и ее разделов с различных точек зрения. В некоторых публикациях излагаются факты без критики и обобщений.

М.Клейн, начиная с [4], представляет математику как серию попыток строго описать и единообразно обосновать возникающие факты, идеи...

А.А.Борубаев, начиная с [5], представляет развитие топологии как успешную реализацию идеи непрерывности в системах аксиом.

Тщательный анализ элементов Евклида в 18 веке показал, что они не содержат аксиоматической системы геометрии, многие теоремы были доказаны "здравым смыслом". Полная аксиоматическая система была разработана в конце 19 века, но она оказалась слишком сложной и фактически не используется.

В XVII - первой половине XIX века анализ успешно развивался без какой-либо системы аксиом, основываясь на расплывчатом представлении о бесконечно малых величинах. Некоторые определения были даны в середине XIX века. Но основное понятие действительного числа на самом деле не является аксиоматичным. Многие авторы учебников предпочитают перечислять необходимые свойства.

В конце XIX века выяснилось, что "наивная" теория множеств противоречива. Чтобы "дополнить" эту теорию, были выдвинуты различные предложения, в том числе попытки преодолеть "высказывание о себе", включая иерархию высказываний. Но они были слишком сложными, подвергались критике, и само их множество свидетельствует об отсутствии общепринятой теории множеств. Результат П. Коэна (1963) о недоказуемости континуальной гипотезы подтвердил это.

Топологическое пространство может быть определено через открытые множества и двойственno - через замкнутые множества; через окрестности и двойственno - через "внешние объекты" и т.д.

Чтобы обойти эти трудности, было введено понятие "категория". Но оно содержит неформальное понятие "класс".

Следовательно, в некоторых разделах математики нет таких общепринятых систем.

Мы ввели понятие базового комплекса понятий, отношений и утверждений как фактического ядра любой области математики, используемой в исследованиях.

Понятия (термины) "эффект" и "явление" широко использовались в исследованиях, в том числе математических, но неофициально. Мы предложили рамочное определение термина "феномен" и отметили, что в истории математики сначала явления и парадоксы появлялись в самой математике или в жизни, а затем исследователи пытались объяснить их или создать какую-либо теорию. Мы также отметили, что различные явления не были логически связаны, но имели одинаковое происхождение ("эффект").

Определение структуры. Рассмотрим "математическое утверждение" в целом как следствие условий " $A \Rightarrow B$ ". Чтобы доказать достаточность A для B , можно построить пример, в котором отсутствуют как A , так и B . Интересный, не возобновляемый, единственный способ нарушения B называется феноменом.

Если P - это свойство (или некоторые свойства) элементов $x \in X$, обладающих свойством E , таким, что логическое доказательство $(E \vee Z) \Rightarrow P$ (где Z - любое дополнительное условие) является слишком сложным, а свойство (явление) P было открыто не логическим путем, а в результате столкновения с парадоксами, экспериментов в физике и химии или вычислительных экспериментов в математике, тогда E называется эффектом.

Природа обладает свойством самоорганизации (или "упорядоченности посредством флуктуаций", или "порядка из хаоса"...), например, кристаллизации, возникновения гексагональных структур. Для оперативного обнаружения закономерностей, возникающих в многочисленных вычислительных экспериментах, мы предложили построить соответствующие алгоритмы в качестве своего рода распознавания образов.

Возможное явление для конечного набора объектов: "большинство объектов имеют одинаковое количество соседей".

Алгоритм 1. Пусть задан конечный набор из K различных движущихся точек $\{z[1].. z[K]\}$ в ограниченном метрическом (локально евклидовом) пространстве. Выберите постоянную $v > 1$ и близкую к 1.

- А) Найдены минимумы $M[i]:=min\{|z[i]-z[j]|: j \neq i\}$, $i=1..K$.
- Б) Вычислить количество соседей всех точек,
 $C[i]:=card\{j: M[i] \leq |z[i]-z[j]| \leq M[i] \cdot v\}$, $i=1..K$;
- В) Вычислить частоты, наиболее частую из них и ее частотность
 $W[q]:=card\{i: C[i]=q\}$, $q=1..6$;
- Г) $FW:=max\{W[q]: q=1..6\}$; $FI:=argmax\{W[q]: q=1..6\}$; $FQ:=FW/K$.

Д) Выведите FI и FQ .

Если $FQ > 0,5$, то большинство чисел $C[i]$ равны и существует (v - приближенная) закономерность.

Например, в двумерной области: если $FI=3$, то существует приблизительная шестиугольная сетка; если $FI = 4$, то существует приблизительная шестиугольная сетка; если $FI=6$, то существует приблизительная треугольная сетка.

Алгоритм 2 (для явления типа *иргёö*). Пусть имеется конечное множество из K различных движущихся под действием силы тяжести объектов (шаров) с радиусами $\{r[1]>r[2]>..>z[K]\}$ и центрами $\{z[1].. z[K]\}$, в симметричной трехмерной чаше; z_0 - центр верхнего края чаши. Задано ограниченное метрическое (локально евклидово) пространство. Выберите константу $v > r(1)$.

Если (в течение длительного времени) $|z_0-z[1]| < v$, то это явление имеет место.

Чтобы обойти эти трудности, было введено понятие "категория". Но оно содержит неформальное понятие "класс".

Следовательно, некоторые разделы математики не имеют таких общепринятых систем.

Развивая идею А.А.Чекеева, мы ввели понятие базового комплекса понятий, отношений и утверждений как фактического ядра любого раздела математики вместо эквивалентных систем аксиом.

3. Обзор взаимосвязей с явлениями в математике

3.1) *Эффект бесконечности.* Феномен "Часть бесконечного объекта может быть эквивалентна самой себе" опровергает интуитивно очевидное утверждение, зафиксированное в виде пятой аксиомы Евклида "целое больше части". Дальнейшее развитие математики было в значительной степени связано с попытками преодолеть подобные парадоксы.

3.2) *Эффект сингулярных возмущений.* Для объяснения физического явления притока слабовязкой жидкости в пограничном слое вблизи твердой границы Л. Прандтль (1905) обнаружил эффект сингулярных возмущений. Одна из математических реализаций: влияние параметра $0 < \varepsilon \ll 1$ на старшую производную в дифференциальном или интегро-дифференциальном уравнении.

3.3) *Эффект аналитичности:* некоторые задачи, которые были некорректны для непрерывных и даже бесконечно дифференцируемых функций, стали корректными для аналитических.

3.4) *Эффект самоорганизации.* Первое упоминание о конкретном применении этого метода мы нашли в литературе: *иргөө* (на кыргызском языке, несколько столетий назад): "случайное расположение "множества" шаров разного размера из одного и того же материала в широкой симметричной форме приводит к перемещению самого большого из них в центр своего поверхности".

Мы внедрили компьютерное моделирование [7]. В дальнейшем это явление, получившее название "эффект бразильского ореха" (BNE), было вновь обнаружено в других регионах. Вероятно, первой публикацией была [8], а реализацией (независимо от нашей) - [9]. Мы нашли [10], [11].

Известны процессы самоорганизации в сплошных средах. Первым примером были "конвекционные ячейки Рэлея-Бенара" (1900).

4. Некоторые предложения по категориям

Основываясь на наших результатах, в [13] были анонсированы некоторые новые категории. Некоторые категории, перечисленные ниже, являются не "абстрактными, математическими", а реальными, поскольку их объектами являются реальные вычислительные эксперименты, а компьютер - реальный объект.

4.1) *О множестве категорий.* Практически эта категория делится на категорию конечных множеств (комбинаторная, формальная часть дискретной математики) и категорию в соответствии с эффектом 3.1), и публикации относятся к той или иной категории. Мы предлагаем различать их и называть, например, *Set-Comb* и *Set-Infty*.

4.2) Мы предложили категорию *Func-Diff-Equa* [13]. Объектами этой категории являются области решений как области многоместных предикатов; морфизмы - это преобразования таких множеств, сохраняющие истинность предикатов. Основное

условие: множество может быть пополнено одним элементом таким образом, что предикат становится истинным.

4.3) Категория *Self* самоорганизующихся процессов.

Случайные процессы могут быть представлены как элементы $Ob(Func)$. $Ob(Self)$ - это самоорганизующиеся случайные процессы.

$Mor(Self)$ это такие преобразования процессов, которые сохраняют конечные результаты (приблизительно). Некоторые из таких преобразований могут быть выполнены на основе теории подобия.

Мы предлагаем две подкатегории. $Ob(Self-Irg)$ - случайные самоорганизующиеся процессы с конечным числом компонентов в компактном пространстве под действием эффекта *irgöö* и эффекта многочисленности.

$Ob (Self-Syn)$ - случайные самоорганизующиеся процессы в сплошных средах (синергетические).

5. Заключение

Мы надеемся, что эта статья будет способствовать открытию новых эффектов и явлений в различных областях математики и ее приложениях путем проведения вычислительных экспериментов и других экспериментов с другими приложениями, а константы числа будут найдены для любых реальных и виртуальных процессов.

Список использованных источников

1. Борубаев А.А. *О категориальных характеристиках компактных, полных однородных пространств и полных топологических групп Райкова* //Известия Академии наук, 2007, выпуск 4, с. 1-6.
2. Кененбаева Г.М., Аскар к.Л., Ийгиликова, Рыспеков А.Р. *Категории уравнений и ее подкатегории* // Наука и инновационные технологии. - №4(21). 2021, -С. 65-71.
3. Kenenbaeva G. *Framework Definitions of Effects and Phenomena and Examples in Differential and Difference Equations* //Journal of Mathematics and System Science, 2014, 4. – Pp. 766-768.
4. Kline M. *Mathematics: The Loss of Certainty*. Oxford University Press, London, 1980. 366 p.
5. Борубаев А.А. *Однородные пространства и равномерно непрерывные отображения*. Илим, Фрунзе, 1990, 172 с.
6. Борубаев А.А., Панков П.С. *Компьютерное представление кинематических топологических пространств*. Кыргызский национальный государственный университет, Бишкек, 1999, 131 с.
7. Pankov P.S., Kenenbaeva G.M. *The phenomenon of irgoeoe as the first example of dissipative systems and implementation on computer*// Proceedings of National Academy of Sciences of Kyrgyz Republic, 2012, No. 3, pp. 105-108 (in Kyrg.).
8. Hohenberg P. C., Halperin B. I. *Theory of dynamic critical phenomena* // Reviews of Modern Physics, 1977, vol. 49, No.3, pp. 435–479.
9. Maurel C., Ballouz R.-L., Richardson D.C., Michel P., Schwartz S.R. *Numerical simulations of oscillation-driven regolith motion: Brazil-nut effect*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, Volume 464, Issue 3, pp. 2866–2881.

10. Pankov P.S., Tagaeva S.B. *The phenomenon of self-ordering of a large number of repelling electric charges on a topological torus.* //Herald of Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Kyrgyz Republic, 1 (2018), pp.23-26.
11. Tagaeva S.B. *Hexagonal regularization phenomenon for system of differential equations describing repelling points on a square* // Herald of Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Kyrgyz Republic, 2 (2023), pp. 90-95.
12. Borubaev A., Pankov P. *Computer presentation of kinematic topological spaces.* Qingdao University, Qingdao, 2024, 150 p.
13. Kenenbaeva G.M., Kenenbaev E. *Category of objects with functional relations for differential equations.* // Herald of Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Kyrgyz Republic, 2 (2020), pp. 80-86.