DOI:10.33942/sit1201 **УДК 519.683.5**

ГАММЕРШТЕЙНДИН БИРИНЧИ ТЕКТЕГИ ОПЕРАТОРДУК ТЕҢДЕМЕСИНИН БЕРИЛИШТЕРИ ЖАКЫНДАШТЫРЫЛЫП БЕРИЛГЕН УЧУРДАГЫ ЖАКЫНДАШТЫРЫЛГАН ЧЫГАРЫЛЫШЫ

Усенов И.А., Усенова Р.К.
Ж. Баласагына атындагы КУУнун дифференциальдык теңдемелер кафедрасынын профессору, ф.-м.и.к., iausen72@mail.ru
Ж. Баласагына атындагы КУУнун информатика жана эсептөө техникасы кафедрасынын ага окутуучусу, usenrk@mail.ru

Аннотация. *Биринчи тектеги сызыктуу эмес оператордук теңдеменин классы гильберт мейкиндигинде изилденген. Баштапкы берилиштерден турумдуу болгон жакындаштырылган чыгарылыш тургузулду. Берилген теңдеменин так чыгарылышына жакындаштырылган чыгарылыштын жыйналуучулугу далилденген. Калыптандыруучу параметирдин кетирилген каталардан көз карандылыгы табылган.*

Түйүндүү сөздөр. *оператор, регуляризация, жыйналуучулук, регуляризация параметри.*

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ГАММЕРШТЕЙНА ПЕРВОГО РОДА С ПРИБЛИЖЕННО ЗАДАННЫМ ДАННЫМИ

Усенов И.А., Усенова Р.К.
профессор кафедры дифференциальных уравнений КНУ им. Ж. Баласагына, к. ф.- м. н., iausen72@mail.ru
старший преподаватель кафедры информатики и вычислительной техники КНУ им. Ж. Баласагына, usenrk@mail.ru

Аннотация. *В пространстве H исследовано нелинейное операторное уравнение первого рода, когда линейный, нелинейный оператор и правая часть заданы приближенно. Выбрана зависимость параметра регуляризации от погрешностей. Доказана сходимость регуляризированного решения. Построено приближенное решение операторного уравнения первого рода.*

Ключевые слова: *линейный, нелинейный операторы, сходимость, параметр регуляризации, прближенное решение.*

APPROXIMATE SOLUTION OF THE HAMMERSTEIN OPERATOR EQUATION OF THE FIRST KIND WITH APPROXIMATELY GIVEN DATA

I.A.Usenov, R.K.Usenova
Professor of the Department of Differential Equations, KNU named after J. Balasagyn, Ph.D., iausen72@mail.ru
Senior Lecturer, Department of Informatics and Computer Engineering, KNU named after J. Balasagyn, usenrk@mail.ru

Abstract. *In the space H, a nonlinear operator equation of the first kind is studied, when the linear operator is a self-adjoint positive and nonlinear operator is given approximately. A regularizing operator is constructed for the solution. The convergence of the regularizing operator is studied. The dependence of the regularization parameter on errors was selected.*

Key words: *operator, regularization, convergence, regularization parameter.*

Введение

Построению приближенного решения нелинейного операторного уравнения первого рода посвящены работы [1], [2], [3], [4],[5].

В работе [6] в общем случае построен регуляризирующий оператор для решения операторного уравнения первого рода Гаммерштейна, когда приближенно задан линейный положительный оператор.

В работе [7] построен регуляризирующий оператор для решения операторного уравнения первого рода Гаммерштейна, когда приближенно задан самосопряженный положительный линейный оператор.

В работе [8] построено приближенное решение в случае, когда линейный оператор является положительным и нелинейный оператор приближенно заданым.

В работе [9] построено приближенное решение в случае, когда линейный оператор является самосопряженным положительным и нелинейный оператор приближенно заданым.

В данной работе построено приближенное решение в случае, когда линейный самосопряженный положительный и нелинейный операторы являются приближенно задаными.

1. Постановка задач:

Рассмотрим операторное уравнение первого рода

$$AF(z) = u, \qquad (1)$$

где $A: H \to H$ - линейный самосопряженный, положительный оператор, $F(\cdot)$ - нелинейный оператор, определённый в H и дифференцируемой по Фреше.

Пусть: 1. априори известно, что уравнение (1) при $u = u_0$ имеет точное решение z_0 и представимо в виде

$$z_0 = \sigma A v_0, \text{ где } \sigma > 0, \sigma \in R, \ \vartheta_0 \in H; \qquad (2)$$

2. Линейный оператор A задан приближенно

$$\|A_h - A\| \le h; \qquad (3)$$

3. нелинейный оператор задан приближенно и имеет вид $F_{h_1}(z) = K_{h_1}(z) + \sigma z$, $K_{h_1}-$ нелинейный оператор представим в виде

$$K_{h_1}(z) = K(z) + h_1 K_1(z);$$

4. нелинейные операторы $K(\cdot)$, $K_1(\cdot)$ удовлетворяют условию Липщица

$$\|K(z_1) - K(z_2)\| \le N\|z_1 - z_2\|, \quad N < \sigma, \ [4], \qquad (4)$$

$$\|K_1(z_1) - K_1(z_2)\| \le N_1\|z_1 - z_2\|; \qquad (5)$$

5. правая часть уравнения (1) задана приближенно

$$\|u_\delta - u_0\| \le \delta \,. \qquad (6)$$

Таким образом, исследуемым оъбектом является расширенный класс нелинейного операторного уравнения первого рода с приближенными данными

$$\sigma A_h z + A_h K(z) + h_1 A_h K_1(z) = u_\delta \,. \qquad (7)$$

2. Регуляризация

Наряду с уравнением (7) рассмотрим уравнение с малым параметром

$$\alpha z_{\alpha,h,h_1} + \sigma A z_{\alpha,h,h_1} + \sigma(A_h - A) z_{\alpha,h,h_1} + AK(z_{\alpha,h,h_1}) + (A_h - A)K(z_{\alpha,h,h_1}) + h_1 AK_1(z_{\alpha,h,h_1}) + h_1(A_h - A)K_1(z_{\alpha,h,h_1}) = u \,. \qquad (8)$$

В [4] работе доказано, что при любом α>0 и σ >0 имеет место неравенство

$$\|L_\alpha\| = \left\|(\alpha E + \sigma A)^{-1}\right\| \le \alpha^{-1} \,. \qquad (9)$$

С учетом (9) из уравнения (8), имеем

$$z_{\alpha,h,h_1} = L_\alpha u - L_\alpha AK(z_{\alpha,h,h_1}) - h_1 L_\alpha K_1(z_{\alpha,h,h_1}) - \sigma L_\alpha (A_h - A) z_{\alpha,h,h_1} - L_\alpha (A_h - A)K(z_{\alpha,h,h_1}) - h_1 L_\alpha (A_h - A)K_1(z_{\alpha,h,h_1}) \,. \qquad (10)$$

Введем новый элемент y_{α,h,h_1} по закону

$$y_{\alpha,h,h_1} = z_{\alpha,h,h_1} + L_\alpha AK(z_{\alpha,h,h_1}) \,. \qquad (11)$$

В [5] доказано, что оператор $L_\alpha AK(\cdot)$ является оператором сжатия. Тогда из (11) получаем

$$z_{\alpha,h,h_1} = D_\alpha y_{\alpha,h,h_1}, \quad D_\alpha = \left(E + L_\alpha AK(\cdot)\right)^{-1} \,. \qquad (12)$$

В силу (12), из (10) имеем уравнение относительно элемента y_{α,h,h_1}:

$$y_{\alpha,h,h_1} = L_\alpha u - h_1 L_\alpha K_1 D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) - \sigma L_\alpha (A_h - A) D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) - L_\alpha (A_h - A) K D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) - h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1 D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) \,. \qquad (13)$$

D_α является Липшицовым оператором

$$\|D_\alpha y_1 - D_\alpha y_2\| \le (1 - q_0)^{-1} \|y_1 - y_2\| \,. \qquad (14)$$

В [7] доказано, что при условии $\lim\limits_{h\to 0} \alpha^{-1} h = 0$ существует такое число $h_0 > 0$, что при $h < h_0$ постоянная Липшица для оператора $T_{\alpha,h}\left(y_{\alpha,h,h_1}\right) = \sigma L_\alpha (A_h - A) D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) + L_\alpha (A_h - A) K D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1})$

$$\left\|T_{\alpha,h}(y_1) - T_{\alpha,h}(y_2)\right\| \le (\sigma + N)(1 - q_0)^{-1} \alpha^{-1} h \|y_1 - y_2\|$$

будет меньше единицы $q_1 = (\sigma + N)(1 - q_0)^{-1} \alpha^{-1} h < 1$.

Введем новый элемент t_{α,h,h_1} по закону

$$t_{\alpha,h,h_1} = y_{\alpha,h,h_1} + \sigma L_\alpha (A_h - A) D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) + L_\alpha (A_h - A) K D_\alpha(y_{\alpha,h,h_1}) \,. \qquad (15)$$

Тогда из (15) получаем

$$y_{\alpha,h,h_1} = D_\alpha^h t_{\alpha,h,h_1}, \quad D_\alpha^h = \left(E + \sigma L_\alpha (A_h - A) D_\alpha(\cdot) + L_\alpha (A_h - A) K D_\alpha(\cdot)\right)^{-1} \,. \qquad (16)$$

D_α^h удовлетворяет неравенству

$$\left\|D_\alpha^h t_1 - D_\alpha^h t_2\right\| \le (1 - q_1)^{-1} \|t_1 - t_2\| \,. \qquad (17)$$

Тогда из (13) имеем уравнение относительно элемента t_{α,h,h_1}, т.е.

$$t_{\alpha,h,h_1} = L_\alpha u - h_1 L_\alpha K_1 D_\alpha D_\alpha^h(t_{\alpha,h,h_1}) - h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1 D_\alpha D_\alpha^h(t_{\alpha,h,h_1}) \quad (18)$$

В [9] доказано, что при условии $\lim\limits_{h\to 0}\alpha^{-1}h_1 = 0$ существует такое число $h_{1_0} > 0$, что при $h < h_{1_0}$ постоянная Липшица для оператора $h_1 L_\alpha K_1 D_\alpha D_\alpha^h(\cdot)$ будет меньше единицы $q_2 = (1-q_0)^{-1}(1-q_1)^{-1}\alpha^{-1}h_1 N_1 < 1$.

Введем новый элемент x_{α,h,h_1} по закону

$$x_{\alpha,h,h_1} = t_{\alpha,h,h_1} + h_1 L_\alpha K_1 D_\alpha D_\alpha^h(t_{\alpha,h,h_1}). \quad (19)$$

Тогда из (15) получаем

$$t_{\alpha,h,h_1} = D_\alpha^{h,h_1} x_{\alpha,h,h_1},\ \ D_\alpha^{h,h_1} = \left(E + h_1 L_\alpha K_1 D_\alpha D_\alpha^h(\cdot)\right)^{-1}. \quad (20)$$

D_α^{h,h_1} удовлетворяет неравенству

$$\left\|D_\alpha^{h,h_1}x_1 - D_\alpha^{h,h_1}x_2\right\| \le (1-q_2)^{-1}\|x_1 - x_2\|. \quad (21)$$

Тогда из (16) имеем уравнение относительно элемента x_{α,h,h_1}, т.е.

$$x_{\alpha,h,h_1} = L_\alpha u - h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_{\alpha,h,h_1}) \quad (22)$$

К уравнению (18) применяем метод последовательных приближений. За нулевые приближения возьмем элемент

$$x_0 = L_\alpha u. \quad (23)$$

Последующие приближения определяются по формуле

$$x_k = x_0 - h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_{k-1}) \quad (24)$$

Докажем сходимость последовательности $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$.

Сходимость последовательности $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ и функционального ряда вида

$$x_0 + [x_1 - x_0] + [x_2 - x_1] + \ldots + [x_k - x_{k-1}] + \ldots \quad (25)$$

эквивалентны.

Оценим нулевое приближение t_0

$$\|x_0\| \le \alpha^{-1}\|u\|. \quad (26)$$

Полагая $k=1$, из (24), имеем

$$\|x_1 - x_0\| = \left\|h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_0)\right\| \le h_1 h\alpha^{-1}\left\|K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_0)\right\| \le h_1 h\alpha^{-1} p,\ p = \left\|K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_0)\right\|. \quad (27)$$

Полагая в (24) $k=2$ и $k=1$ вычитая из первого второе, получаем

$$\|x_2 - x_1\| \le h_1\left\|L_\alpha (A_h - A)(K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_1) - K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_0))\right\| \le \left(h_1 h\alpha^{-1}\right)^2 pN_1(1-q_0)^{-1}(1-q_1)^{-1}(1-q_2)^{-1} \quad (28)$$

По методу математической индукции можно доказать что, $\forall k \in N,\ k \ge 2$, справедливо неравенство

$$\|x_k - x_{k-1}\| \le \left(h_1 h\alpha^{-1}\right)^k\left(pN_1(1-q_0)^{-1}(1-q_1)^{-1}(1-q_2)^{-1}\right)^{k-1}. \quad (29)$$

Таким образом, ряд (25) мажорируется числовым рядом

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(h_1 h\alpha^{-1}\right)^k\left(pN_1\left(1-q_0\right)^{-1}\left(1-q_1\right)^{-1}\left(1-q_2\right)^{-1}\right)^{k-1} \tag{30}$$

Допустим, что $\alpha(h_1,h)$ зависит так, чтобы выполнялось условие

$$\lim_{h_1,h\to 0} h_1 h\alpha^{-1}(h_1,h)=0 \tag{31}$$

Из условия (31) следует, что существуют числа $\tilde{h}_0,\tilde{h}_1$ такие, что

$$q_3=h_1 h\alpha^{-1}pN_1\left(1-q_0\right)^{-1}\left(1-q_1\right)^{-1}\left(1-q_2\right)^{-1}<1,\ h<\tilde{h}_0,\ h_1<\tilde{h}_1. \tag{32}$$

Условие (32) обеспечивает сходимость ряда (30) и сумма ряда равна . Тогда, ряд (25) также является сходящимся. Сумму ряда (25) обозначим через x_{α,h,h_1} . В силу эквивалентности сходимости $\left\{x_k\right\}_{k=0}^{\infty}$ и ряда (25) имеем

$$\lim_{k\to\infty} x_k = x_{\alpha,h,h_1} \tag{33}$$

$h_1 L_\alpha(A_h-A)K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(\cdot)$ оператор является непрерывным при $k\to\infty$, переходим к пределу в (24) и с учетом (33), имеем

$$x_{\alpha,h,h_1}=x_0-h_1 L_\alpha(A_h-A)K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(x_{\alpha,h,h_1}). \tag{34}$$

Следовательно, оператор $E+h_1 L_\alpha(A_h-A)K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(\cdot)$ является обратимым. Обратный оператор обозначим $I_{\alpha,h,h_1}=\left(E+h_1 L_\alpha(A_h-A)K_1 D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1}(\cdot)\right)^{-1}$.

Оператор I_{α,h,h_1} является Липшицовым

$$\left\|I_{\alpha,h,h_1}x_1-I_{\alpha,h,h_1}x_2\right\|\le\left(1-q_3\right)^{-1}\left\|x_1-x_2\right\|. \tag{35}$$

Тогда из (22), имеем

$$x_{\alpha,h,h_1}=I_{\alpha,h,h_1}L_\alpha u\ . \tag{36}$$

Учитывая (36), (20), (16) из (12) получаем решение уравнения (8)

$$z_\alpha^{h,h_1}=D_\alpha D_\alpha^h D_\alpha^{h,h_1} I_{\alpha,h,h_1}L_\alpha u\,. \tag{37}$$

Таким образом, доказано.

ТЕОРЕМА 1. Пусть: 1. Оператор A_h линейный самосопряженный положительный оператор, удовлетворяет условию $\|A_h-A\|\le h$; 2. Нелинейный оператор $F_h\left(z\right)$, представим в виде $F_{h_1}\left(z\right)=K_{h_1}(z)+\sigma z$; 3**.** Параметр $\alpha(h_1,h)$ удовлетворяет условию (31). Тогда уравнение (8) при любом $u\in\mathrm{H}$, $\alpha>0,\sigma>0$ и $h<\tilde{h}_0,h_1<\tilde{h}_{1_0}$ имеет единственное решение.

Решение уравнения (8) при $u=u_0$ обозначим через $z_{\alpha,0}^{h,h_1}$, тогда в силу (10) представимо в виде

$$z_{\alpha,0}^{h,h_1}=L_\alpha u_0-L_\alpha AK(z_\alpha^{h,h_1})-h_1L_\alpha K_1(z_\alpha^{h,h_1})-\sigma L_\alpha(A_h-A)z_\alpha^{h,h_1}-L_\alpha(A_h-A)K(z_\alpha^{h,h_1})-h_1L_\alpha(A_h-A)K_1(z_\alpha^{h,h_1}). \tag{38}$$

Рассмотрим разность $z_{\alpha,0}^{h,h_1}-z_0$

$$z_{\alpha,0}^{h,h_1}-z_0=L_\alpha u_0-L_\alpha AK(z_\alpha^{h,h_1})-h_1L_\alpha K_1(z_\alpha^{h,h_1})-\sigma L_\alpha(A_h-A)z_\alpha^{h,h_1}-L_\alpha(A_h-A)K(z_\alpha^{h,h_1})-h_1L_\alpha(A_h-A)K_1(z_\alpha^{h,h_1})-z_0. \tag{39}$$

По предположению $u_0 = \sigma A z_0 + AK(z_0)$. Переходим в норму разности

$$\begin{aligned}
&\left\| z_{\alpha,0}^{h,h_1} - z_0 \right\| = \left\| L_\alpha u_0 - L_\alpha AK(z_\alpha^{h,h_1}) - h_1 L_\alpha K_1(z_\alpha^{h,h_1}) - \sigma L_\alpha (A_h - A) z_\alpha^{h,h_1} - L_\alpha (A_h - A) K(z_\alpha^{h,h_1}) - h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1(z_\alpha^{h,h_1}) - z_0 \right\| = \\
&= \alpha \left\| L_\alpha z_0 \right\| + \left\| L_\alpha A (K(z_\alpha^{h,h_1}) - K(z_0) \right\| + h_1 \left\| L_\alpha (K_1(z_\alpha^{h,h_1}) - K_1(z_0) \right\| + \left\| \sigma L_\alpha (A_h - A)(z_\alpha^{h,h_1} - z_0) \right\| + \left\| L_\alpha (A_h - A)(K(z_\alpha^{h,h_1}) - K(z_0)) \right\| + \\
&+ \left\| h_1 L_\alpha (A_h - A)(K_1(z_\alpha^{h,h_1}) - K_1(z_0)) \right\| + h_1 \left\| L_\alpha (K_1(z_0) - K_1(0)) \right\| + h_1 \left\| L_\alpha K_1(0) \right\| + \left\| \sigma L_\alpha (A_h - A) z_0 \right\| + \left\| L_\alpha (A_h - A)(K(z_0) - K(0)) \right\| + \\
&+ h_1 \left\| L_\alpha (A_h - A)(K_1(z_0) - K_1(0)) \right\| + \left\| L_\alpha (A_h - A)(K(z_0) - K(0)) \right\| + \left\| L_\alpha (A_h - A) K(0) \right\| + h_1 \left\| L_\alpha (A_h - A) K_1(0) \right\| \le \\
&\le \alpha \left\| v_0 \right\| + (N + h_1 \alpha^{-1} N_1 + (\sigma + N) h \alpha^{-1} + h_1 h \alpha^{-1} N_1) \left\| z_{\alpha,0}^{h,h_1} - z_0 \right\| + h\alpha^{-1}((\sigma + N)\left\| z_0 \right\| + \left\| K(0) \right\|) + h_1 \alpha^{-1}(N_1 \left\| z_0 \right\| + \left\| K(0) \right\|) + \\
&+ h_1 h \alpha^{-1}(N_1 \left\| z_0 \right\| + \left\| K(0) \right\|).
\end{aligned} \tag{40}$$

Из (40), имеем оценку

$$\left\| z_{\alpha,0}^{h,h_1} - z_0 \right\| \le \alpha \left\| v_0 \right\| + h\alpha^{-1}((\sigma + N)\left\| z_0 \right\| + \left\| K(0) \right\|) + h_1 \alpha^{-1}(N_1 \left\| z_0 \right\| + \left\| K(0) \right\|) + h_1 h \alpha^{-1}(N_1 \left\| z_0 \right\| + \left\| K(0) \right\|)., \tag{41}$$

Найдем минимум правой части (41), имеем

$$\alpha(h, h_1) = \sqrt{\left\| v_0 \right\|^{-1} \left(hc_1 + h_1 c_2 + c_3 h, h_1 \right)}. \tag{42}$$

Подставляем (42) в (41) имеем

$$\left\| z_{\alpha,0}^{h,h_1} - z_0 \right\| \le (1 + \left\| v_0 \right\|) \sqrt{\left(hc_1 + h_1 c_2 + c_3 h, h_1 \right)}. \tag{43}$$

ТЕОРЕМА 2. Пусть: 1. выполнены все условия теоремы 1; 2. при $u = u_0$ уравнение (1) имеет точное решение; 3. Зависимость параметра регуляризации от погрешности операторов определяется по формуле (42). Тогда решение $z_{\alpha,0}^{h,h_1}$ уравнения (8) при $h, h_1 \to 0$ сходится к точному решению уравнения (1), скорость сходимости удовлетворяет условию (43).

Пусть правая часть уравнения (1) задана с погрешностью δ. $z_{\alpha,\delta}^{h,h_1}$ есть решение уравнения (8) при $u = u_\delta$. Тогда в силу формулы (10) решение представимо в виде

$$z_{\alpha,\delta}^{h,h_1} = L_\alpha u_\delta - L_\alpha AK(z_{\alpha,\delta}^{h,h_1}) - h_1 L_\alpha K_1(z_{\alpha,\delta}^{h,h_1}) - \sigma L_\alpha (A_h - A) z_{\alpha,\delta}^{h,h_1} - L_\alpha (A_h - A) K(z_{\alpha,\delta}^{h,h_1}) - h_1 L_\alpha (A_h - A) K_1(z_{\alpha,\delta}^{h,h_1}) \tag{38}$$

Оценим разность, $z_{\alpha,\delta}^{h,h_1} - z_0$

$$\left\| z_{\alpha,\delta}^{h,h_1} - z_0 \right\| \le \alpha \left\| v_0 \right\| + h\alpha^{-1} c_1 + h_1 \alpha^{-1} c_2 + c_3 h_1 h \alpha^{-1} + c_4 \delta \alpha^{-1}. \tag{44}$$

Минимизируя правую часть, соотношение (44) по α, имеем

$$\alpha(h, h_1, \delta) = \sqrt{\left\| v_0 \right\|^{-1} \left(hc_1 + h_1 c_2 + c_3 h, h_1 + c_4 \delta \right)} \tag{45}$$

Тогда, имеем оценку

$$\left\| z_{\alpha,\delta}^{h,h_1} - z_0 \right\| \le (1 + \left\| v_0 \right\|) \sqrt{\left(hc_1 + h_1 c_2 + c_3 h, h_1 + c_4 \delta \right)} \tag{46}$$

ТЕОРЕМА 3. Пусть: 1.выполнены все условия теоремы 3; 2.элемент u_δ удовлетворяет неравенству (6); 3. Зависимость параметра регуляризации от погрешностей определяется по формуле (45). Тогда решение уравнения (8) при $h, h_1, \delta \to 0$ является приближенным решением уравнения (1). Скорость сходимости удовлетворяет условию (46).

3. Выводы и результаты исследования

Обоснования регуляризируемости решения заключаются в следующих результатах исследования:

1. В пространстве Гильберта построено приближенное решение нелинейного операторного уравнения первого рода, когда приближенно заданы операторы;
2. Получен выбор параметра регуляризации в зависимости от погрешностей приближенно заданных исходных данных;
3. Установленна сходимость и найдена оценка скорости сходимости приближенного решения к точному решению.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики,- Новосибирск: 1962. 96с.

2. Тихонов А.Н., Арсенин В.В. Методы решения некорректных задач.-М.: Наука,1986.

3. Саадабаев А. Приближенные методы решения нелинейных интегральных и операторных уравнений 1-го рода. Бишкек: 1997.218с.

4. Усенов И.А. Построение регуляризирующих операторов для решения нелинейных операторных уравнений // диссер. кандид. наук., Бишкек: 1999. 108с.

5. Усенов И.А. Регуляризация решения операторного уравнения Гаммерштейна первого рода // Исслед. по интегро-дифф. урав., вып. №41. Бишкек: «Илим» 2009. С. 63-67.

6. Усенов И.А. Построение приближенного решения нелинейного операторного уравнения первого рода в гильбертовом пространстве // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016.№1. С.8-14. DOI: 10.18384/2310-7251-2016-1-08-14.

7. Усенов И.А., Кенжебаев М.К. Регуляризирующий оператор для решения операторного уравнения Гаммерштейна первого рода //Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, №10, стр.3-8, Бишкек-2018г.

8. Усенов И.А., Кенжебаев М.К. Регуляризция решения операторного уравнения Гаммерштейна первого рода с приближженным оператором // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019.№1. С.6-15. DOI: 10.18384/2310-7251-2019-1-6-15.

9. Саадабаев А.С, Усенов И.А. Регуляризирующий оператор для решения операторного уравнения Гаммерштейна первого рода // Вестник Ошгу, серия “ физики, математики, информационные технологии, экономики, технические науки”, стр. 157-164, Ош-2020.

10. Усенов И.А., Канатбекова Н., Кубанычбек кызы П. Регуляризирующий оператор для решения операторного уравнения первого рода // Наука и инновационные технологии, №1 2020(14), стр. 245-252, Бишкек-2020.